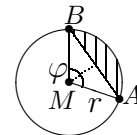


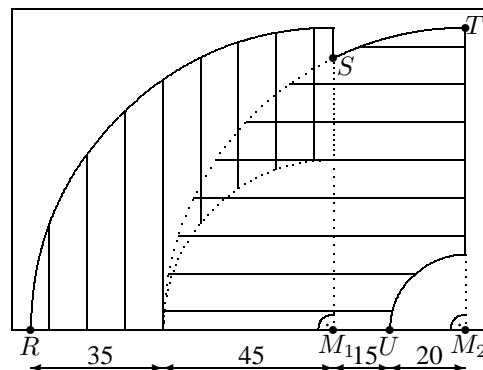
10. Klasse Übungsaufgaben	10
Pi, Kugel, Kreisteile, Bogenmaß	01

1. Zeichnen Sie auf Karopapier einen Viertelkreis mit 5 cm Radius und zählen Sie die Zahl der cm^2 -Quadrate, deren Mittelpunkt innerhalb des Viertelkreises liegen. Ungefähr wie viele cm^2 groß ist demnach ein ganzer Kreis? Welcher Näherungswert für π ergäbe sich daraus?

2. (a) Berechnen Sie die Fläche des nebenstehenden Segments für $r = 20$ und $\varphi = 108^\circ$.
Hinweis: Mit Hilfe trigonometrischer Funktionen lassen sich Grundlinie und Höhe des Dreiecks bestimmen.



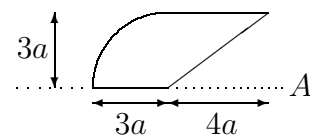
(b) Die Scheibenwischer eines Autos überstreichen näherungsweise die nebenstehende Fläche.
Berechnen Sie, wie viel % der $125 \text{ cm} \times 85 \text{ cm}$ großen Frontscheibe von den 35 cm bzw. 60 cm langen Wischerblättern insgesamt überstrichen werden.



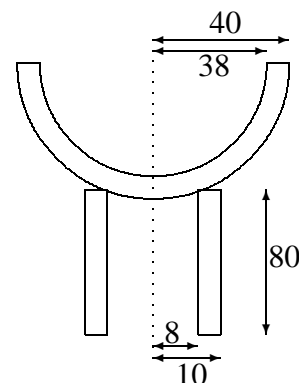
3. Berechnen Sie, wie lang der Weg s auf einem Breitenkreis (einem sog. Kleinkreis) von Dillingen ($\varphi = 49^\circ \text{ N}$, 10° O) nach Vancouver (49° N , 123° W) ist.
Berechnen Sie, wie viel Grad südlich des Äquators ein Ort genau südlich von Dillingen liegen würde, der von Dillingen auf dem Meridian (einem sog. Großkreis, d. h. der Kreismittelpunkt ist der Kugelmittelpunkt) ebenfalls die Entfernung s hat.

Hinweise: Erdradius $R = 6370 \text{ km}$, Breitenkreis-Radius $r = R \cos \varphi$.

4. Berechnen Sie in Abhängigkeit von a Volumen und Oberfläche des Rotationskörpers, der durch Rotation der nebenstehenden Figur um die Achse A entsteht.
Wie groß müsste a sein, damit das Volumen 1 Liter beträgt?



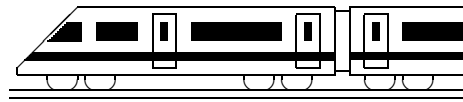
5. Gegeben ist ein Kelch mit zylindrischem Hohlfuß und Wandstärke $d = 2$ (alle Maße in mm/Querschnittszeichnung nicht maßgetreu).



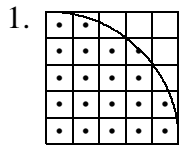
- (a) Berechnen Sie das Glas-Volumen V .
- (b) Berechnen Sie die Mantelfläche M eines Zylinders ($r_1 = 9$, $h = 80$) und die Oberfläche A einer Halbkugel ($r_2 = 39$). Welcher näherungsweise Zusammenhang besteht zwischen $M + A$, d und V ?
- (c) Wie ändern sich V bzw. $M + A$, wenn alle Maße doppelt/ m -fach so groß sind?

6. Berechnen Sie $\sin 30^\circ$, $\sin 0,08$, $\cos 1^\circ$ und $\cos 1$

- (a) direkt mit dem Taschenrechner,
- (b) durch Umrechnung Gradmaß \leftrightarrow Bogenmaß und anschließende Kontrolle mit dem Taschenrechner.



10. Klasse Lösungen	10
Pi, Kugel, Kreisteile, Bogenmaß	01



1. Man zählt 20 Punkte innerhalb des Kreises (beim Punkt (3,5|3,5) kann man sich mit Pythagoras davon überzeugen, dass er innerhalb des Kreises liegt), so dass sich $A \approx 80 \text{ cm}^2$ als Schätzung für den ganzen Kreis ergibt. Gemäß $A = r^2\pi$ ist $\pi = \frac{A}{r^2} \approx \frac{80}{5^2} = 3,2$.

2. (a) Halbiert man das Dreieck ABM durch die Höhe h , so sieht man:
 $\cos 54^\circ = \frac{h}{r}$ und $\sin 54^\circ = \frac{\overline{AB}/2}{r}$, also $h = r \cos 54^\circ \approx 11,8$, $\overline{AB} = 2r \sin 54^\circ \approx 32,4$.
 $A_{\text{Segment}} = A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Dreieck}} = \frac{\varphi}{360^\circ} \cdot r^2\pi - \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot h \approx 187$.

- (b) Zeichnet man die Strecke $[M_2S]$ und den Winkel $\varphi = \sphericalangle SM_2M_1$ ein, so lässt sich die überstrichene Fläche A zerlegen in den Viertelkreis mit Mittelpunkt M_1 , das Dreieck $\triangle M_1M_2S$ und den Sektor M_2TS mit dem Winkel $90^\circ - \varphi$, minus den kleinen Viertelkreis mit Mittelpunkt M_2 .

Im Dreieck M_1M_2S ist $\cos \varphi = \frac{M_1M_2}{M_2S} = \frac{15+20}{45+15+20} = 0,4375$, also $\varphi \approx 64,06^\circ$.

Gemäß Pythagoras ist $\overline{M_1S} = \sqrt{M_2S^2 - M_1M_2^2} \approx 71,94$ (alle Maße in cm).

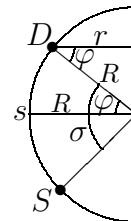
$$A = A_{\text{Viertelkreis 1}} + A_{\Delta} + A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Viertelkreis 2}} = \frac{1}{4}R^2\pi + \frac{1}{2}M_1M_2 \cdot \overline{M_1S} + \frac{90^\circ - \varphi}{360^\circ} M_2T^2 \pi - \frac{1}{4}M_2U^2 \pi \approx 7420$$

Anteil an der ganzen Scheibe: $\frac{A}{125 \cdot 85} \approx 0,698 = 69,8 \%$.

3. Die Formel $r = R \cos \varphi$ ergibt sich aus der Betrachtung des nebenstehenden Querschnitts durch die Erdkugel.

$$s = \frac{123^\circ + 10^\circ}{360^\circ} \cdot 2r\pi \approx 9700 \text{ km.}$$

Für den Winkel σ des Bogens von D zum gesuchten Ort S setzt man an: $s = \frac{\sigma}{360^\circ} \cdot 2R\pi$, also $\sigma = \frac{s}{2R\pi} \cdot 360^\circ \approx 87^\circ$, also liegt der gesuchte Ort $87^\circ - 49^\circ = 38^\circ$ südlich des Äquators.



4. Der Körper ist zusammengesetzt aus einer Halbkugel plus einem Zylinder minus einem herausgeschnittenen Kegel (mit Mantellinie $m_{\text{Keg}} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a$).

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} r_{\text{Kug}}^3 \pi + r_{\text{Zyl}}^2 \pi h_{\text{Zyl}} - \frac{1}{3} r_{\text{Keg}}^2 \pi h_{\text{Keg}} = \frac{2}{3} (3a)^3 \pi + (3a)^2 \pi \cdot 4a - \frac{1}{3} (3a)^2 \pi \cdot 4a = 42\pi a^3.$$

$$O = \frac{1}{2} 4\pi r_{\text{Kug}}^2 + 2r_{\text{Zyl}} \pi h_{\text{Zyl}} + \pi r_{\text{Keg}} m_{\text{Keg}} = 2\pi (3a)^2 + 2\pi \cdot 3a \cdot 4a + 3a \cdot 5a\pi = 57\pi a^2.$$

Für $V = 1 \text{ dm}^3$ muss gelten: $42\pi a^3 = 1 \text{ dm}^3$, also $a = \sqrt[3]{\frac{1 \text{ dm}^3}{42\pi}} \approx 0,196 \text{ dm} = 1,96 \text{ cm}$.

5. (a) $V = \frac{1}{2} (V_{\text{gr.Kug}} - V_{\text{kl.Kug}}) + V_{\text{gr.Zyl}} - V_{\text{kl.Zyl}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} (40^3 - 38^3) \pi + (10^2 - 8^2) \pi \cdot 80 \approx 28165$

(b) $M = 2r_1 \pi h = 2 \cdot 9 \cdot 80 \cdot \pi = 1440\pi$; $A = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r_2^2 = 2 \cdot 39^2 \pi = 3042\pi$.

$M + A \approx 14081$, also $(M + A)d \approx V$. (Alle Maße in mm bzw. mm^3).

- (c) Bei m -facher Größe werden Volumina m^3 -fach und Flächen m^2 -fach, bei doppelter Größe also V 8-fach und $M + A$ 4-fach.

6. (a) $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 1^\circ \approx 0,99985$ (TR auf DEG)
 $\sin 0,08 \approx 0,0799$, $\cos 1 \approx 0,54$ (TR auf RAD)

(b) $30^\circ = \frac{30}{360} \cdot 2\pi = \frac{1}{6} \pi$; $1^\circ = \frac{1}{360} \cdot 2\pi \approx 0,0175$
 $0,08 = \frac{0,08}{2\pi} \cdot 360^\circ \approx 4,584^\circ$; $1 = \frac{1}{2\pi} \cdot 360^\circ \approx 57,3^\circ$

Man bestätigt nach entsprechendem Umschalten des TRs die obigen Werte.