10. Klasse Übungsaufgaben — 10
Polynomdivision — 05

1. Vergleichen Sie die Schritte der gewöhnlichen schriftlichen Division am Beispiel $2998 : 14$ mit der Polynomdivision!

2. Dividieren Sie und machen Sie die Probe, indem Sie umgekehrt wieder multiplizieren:

$$(x^3 + 4x^2 + 2x - 3) : (x + 3)$$

3. Führen Sie die Polynomdivision durch:

   (a) $(x^3 + 8) : (x + 2)$

   (b) $(x^3 - x^2 - 5x + 5) : (x - 1)$

4. Führen Sie die Polynomdivision mit Rest durch:

   (a) $(x^4 - 7x^2 + x - 1) : (x - 2)$

   (b) $(x^3 - 7x^2 + x + 5) : (x^2 + 2x - 1)$

5. Für welches a geht die Polynomdivision auf:

$$(x^3 - 4x^2 + ax - 8) : (x^2 + 2)$$

6. Führen Sie die Polynomdivision für $f(x) = \dfrac{x^2 + 4}{2x - 4}$ durch; Sie erhalten als Ergebnis $f(x) = g(x) + r(x)$ mit einem linearen Term $g(x)$ und einem Restterm $r(x)$.

   Zeichnen Sie die Graphen von $g(x)$ und $r(x)$ sowie von $f(x) = g(x) + r(x)$ (Wertetabelle!).

   Welche Bedeutung hat also $g(x)$ für den Graphen von $f(x)$?

10. Klasse Lösungen	10
Polynomdivision	**05**

1.

$$
\begin{array}{l}
2998 : 14 = 214 + \frac{2}{14} = 214\frac{1}{7} \\
\underline{-28} \\
\quad 19 \\
\underline{-14} \\
\quad\; 58 \\
\underline{-56} \\
\quad\;\; 2
\end{array}
$$

Es wird also ebenso wie bei der Polynomdivision zunächst dividiert, dann „zurück“ multipliziert (z. B. $2 \cdot 14 = 28$), von der darüber stehenden Zeile abgezogen und die nächste Stelle heruntergeholt. Ein eventuell bleibender Rest (2) muss am Schluss noch durch den Divisior (14) geteilt werden (also $+\frac{2}{14}$).

2.

(Den Vorzeichenwechsel möge der Leser in dieser und den folgenden Aufgaben in den jeweils unterstrichenen Zeilen mit Farbstift selbst vornehmen, also z. B. im ersten Schritt $-x^3 - 3x^2$).

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 4x^2 + 2x - 3) : (x + 3) = \\
\underline{x^3 + 3x^2} \qquad = x^2 + x - 1 \\
\qquad x^2 + 2x \\
\qquad \underline{x^2 + 3x} \\
\qquad\qquad -x - 3 \\
\qquad\qquad \underline{-x - 3} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

Probe: $(x^2 + x - 1) \cdot (x + 3) =$
$= x^3 + 3x^2 + x^2 + 3x - x - 3 =$
$= x^3 + 4x^2 + 2x - 3$ (o. k.)

3.

(a)
$$
\begin{array}{l}
(x^3 \qquad\qquad + 8) : (x + 2) = \\
\underline{x^3 + 2x^2} \qquad = x^2 - 2x + 4 \\
\quad -2x^2 \\
\quad \underline{-2x^2 - 4x} \\
\qquad\quad 4x + 8 \\
\qquad\quad \underline{4x + 8} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

(b)
$$
\begin{array}{l}
(x^3 - x^2 - 5x + 5) : (x - 1) = \\
\underline{x^3 - x^2} \qquad = x^2 - 5 \\
\qquad -5x + 5 \\
\qquad \underline{-5x + 5} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

4.

(a)
$$
\begin{array}{l}
(x^4 \qquad - 7x^2 + x - 1) : (x - 2) = \\
\qquad = x^3 + 2x^2 - 3x - 5 - \frac{11}{x-2} \\
\underline{x^4 - 2x^3} \\
\quad 2x^3 - 7x^2 \\
\quad \underline{2x^3 - 4x^2} \\
\qquad -3x^2 + x \\
\qquad \underline{-3x^2 + 6x} \\
\qquad\qquad -5x - 1 \\
\qquad\qquad \underline{-5x + 10} \\
\qquad\qquad\quad -11
\end{array}
$$

(b)
$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 7x^2 + x + 5) : (x^2 + 2x - 1) = \\
\underline{x^2 + 2x^2 - x} \qquad = x - 9 + \frac{20x-4}{x^2+2x-1} \\
\quad -9x^2 + 2x + 5 \\
\quad \underline{-9x^2 - 18x + 9} \\
\qquad\quad 20x - 4
\end{array}
$$

5.

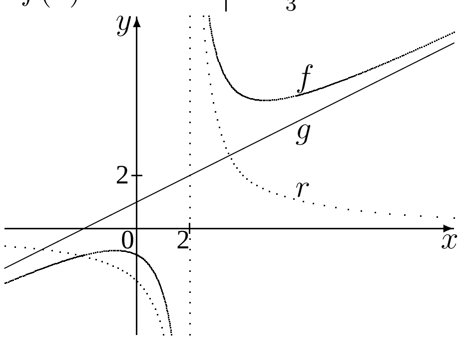
$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 4x^2 + ax - 8) : (x^2 + 2) = x - 4 + \frac{(a-2)x}{x^2+2} \\
\underline{x^3 \qquad\quad + 2x} \\
\quad -4x^2 + (a-2)x - 8 \\
\quad \underline{-4x^2 \qquad\qquad\quad - 8} \\
\qquad\qquad (a-2)x
\end{array}
$$

Für $a = 2$ bleibt Rest 0.

6.

$$
\begin{array}{l}
f(x) = \frac{x^2+4}{2x-4} = \\
= (x^2 \qquad + 4) : (2x - 4) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{8}{2x-4} = \\
\quad \underline{x^2 - 2x} \qquad\qquad = g(x) \quad + r(x) \\
\qquad 2x + 4 \\
\qquad \underline{2x - 4} \\
\qquad\quad 8
\end{array}
$$

x	-4	-2	0	2	4	12
$g(x) = \frac{1}{2}x + 1$	-1	0	1	2	3	7
$r(x) = \frac{4}{x-2}$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	$\lightning$	2	$0{,}4$
$f(x)$	$-1\frac{2}{3}$	-1	-1	$\lightning$	5	$7{,}4$



Für sehr große x-Werte schmiegt sich f an die schräge Asymptote g an.