



10. Klasse Übungsaufgaben

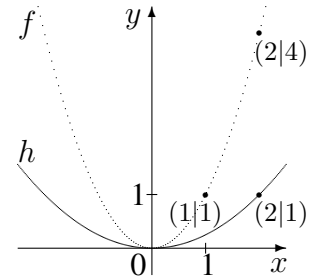
10

Parameter

08

Weitere Übungsaufgaben siehe ueb102.pdf, Aufgabe 2.

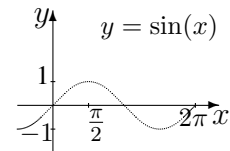
1. Der nebenstehende Graph der Funktion h geht aus der Normalparabel $f(x) = x^2$ durch eine Streckung bzw. Stauchung in y -Richtung hervor, man kann aber h auch durch eine Streckung in x -Richtung gewinnen. Geben Sie den Term von h an und beschreiben Sie beide Streckungen.



2. Die Funktion mit $h(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 1$ geht aus $f(x) = x^3$ durch Verschiebung in x -Richtung und anschließende Verschiebung in y -Richtung hervor. Um wie viele Einheiten muss jeweils verschoben werden?

Anleitung: Den Ansatz $h(x) = (x + c)^3 + d$ ausmultiplizieren und mit dem oben gegebenen Term vergleichen.

3. Erstellen Sie schrittweise ausgehend vom Graphen der \sin -Funktion die Graphen zu den Funktionsgleichungen $y = \sin(2x)$, $y = \sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$, $y = -1,5 \sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$ und $y = -1,5 \sin(2(x + \frac{\pi}{4})) + 2$.



4. Gegeben ist die Funktion f mit dem folgenden Graphen:



Skizzieren Sie den Graphen zu $h(x) = -2f(\frac{1}{3}x + 1)$.

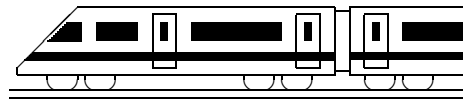
5. Durch $g_a(x) = (7 - a)x + \frac{1}{2}a$ ist eine Geradenschar mit dem reellen Parameter a gegeben.

- (a) Berechnen Sie in Abhängigkeit vom Parameter a die Lage der Nullstelle. Für welchen Wert von a gibt es keine Nullstelle?
- (b) Wie muss der Parameter a gewählt werden, damit der Punkt $(2011|2014)$ auf dem Graphen liegt?
- (c) Zeigen Sie, dass sich alle Graphen der Schar in einem gemeinsamen Punkt schneiden.

Anleitung: Bestimmen Sie den Schnittpunkt von zwei speziellen Graphen der Schar, z. B. g_0 und g_2 , und zeigen Sie, dass dieser auf allen Geraden liegt.

6. Gegeben ist die Parabelschar $f_k(x) = x^2 - 7x + k$ mit dem reellen Parameter k , der eine Verschiebung der Parabel nach oben bewirkt.

- (a) Für welche k hat die Parabel keine, eine, zwei Nullstellen?
- (b) Nun sei $k = 12,25$, und es werden Geraden mit Steigung -2 und y -Achsenabschnitt t als Parameter betrachtet. Wie müsste man den Wert t wählen, damit die Gerade $y = -2x + t$ die Parabel mit $k = 12,25$ berührt, also genau einen gemeinsamen Punkt mit ihr hat?



10. Klasse Lösungen	10
Parameter	08

1. Ausgehend vom Vergleich der Punkte (2|4) und (2|1) erkennt man die Stauchung in y -Richtung auf $\frac{1}{4}$ so große y -Werte, also $h(x) = \frac{1}{4}x^2$.
 Vergleich der Punkte (1|1) und (2|1) liefert eine Streckung in x -Richtung mit Faktor 2, also auch $h(x) = (bx)^2$ mit $b = \frac{1}{2}$. In der Tat ist $h(x) = (\frac{1}{2}x)^2 = \frac{1}{4}x^2$.

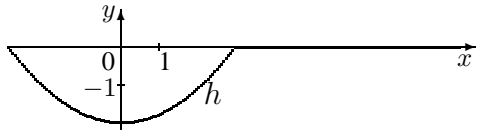
2. Verschiebung der Funktion f um c nach links und um d nach oben hat den Term $h(x) = (x + c)^3 + d = (x + c)(x + c)(x + c) + d = (x^2 + 2cx + c^2)(x + c) + d = x^3 + 3cx^2 + 3c^2x + c^3 + d$. Vergleich dieses Terms mit $x^3 - 6x^2 + 12x - 1$ ergibt $3c = -6$, $3c^2 = 12$ und $c^3 + d = -1$, woraus $c = -2$ und $d = 7$ folgt. Also $h(x) = (x - 2)^3 + 7$, d. h. es wurde um 2 nach rechts und um 7 nach oben verschoben.

$y = \sin(2x)$	$y = \sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$	$y = -1,5 \sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$	$y = -1,5 \sin(2(x + \frac{\pi}{4})) + 2$
Stauchung in x -Ri. ($\frac{1}{2}$ Periodenlänge)	Verschiebung um $\frac{\pi}{4}$ nach links	1,5-fache y -Streckung; Spiegelung an x -Achse	Verschiebung in y -Richtung um 2 nach oben

4. $h(x) = -2f(\frac{1}{3}(x + 3))$, d. h. es wurde um 3 nach links verschoben, in x -Richtung mit Faktor 3 gestreckt, in y -Richtung mit Faktor 2 und gespiegelt.

Für die Wertetabelle werden aus der Zeichnung die benötigten Werte vom $f(x)$ abgelesen:

x	-3	0	3
$h(x)$	$-2f(0) = 0$	$-2f(1) = -2$	$-2f(2) = 0$



5. (a) $g_a(x) = 0$, also $(7 - a)x + \frac{1}{2}a = 0$; $(7 - a)x = -\frac{1}{2}a$; $x = -\frac{a}{2(7-a)}$.
 Für $a = 7$ gibt es keine Nullstelle (sonst 0 im Nenner/waagrechte Gerade).
 (b) Punkt (2011|2014) einsetzen: $2014 = (7 - a) \cdot 2011 + \frac{1}{2}a$, also $2014 = 14077 - 2011a + 0,5a$, also $-12063 = -2010,5a$, also $a = 6$.
 (c) $g_0(x) = 7x$, $g_2(x) = 5x + 1$. Schnittpunkt S durch Gleichsetzen: $7x = 5x + 1$, also $x = 0,5$. $y = g_0(0,5) = 3,5$. Somit $S(0,5|3,5)$.
 Prüfe durch Einsetzen, ob S auf allen g_a liegt: $3,5 = (7 - a) \cdot 0,5 + \frac{1}{2}a$ ergibt $3,5 = 3,5 - 0,5a + 0,5a$, also $0 = 0$, eine für alle a wahre Aussage, S ist also ein allen g_a gemeinsamer Schnittpunkt.

6. (a) $x^2 - 7x + k = 0$; $x_{1/2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot k}}{2 \cdot 1}$ mit Diskriminante $D = 49 - 4k$.
 Ist $D > 0$, also $49 - 4k > 0$, also $k < 12,25$, gibt es zwei Lösungen für die Nullstellen.
 Ist $D = 0$, also $k = 12,25$, gibt es genau eine doppelte Nullstelle.
 Ist $D < 0$, also $k > 12,25$, gibt es keine Nullstellen.

(b) Gemeinsame Punkte durch Gleichsetzen, d. h. die Gleichung $x^2 - 7x + 12,25 = -2x + t$ muss genau eine Lösung haben.

$$x^2 - 5x + 12,25 - t = 0; x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (12,25 - t)}}{2 \cdot 1} = \frac{2,5 \pm \sqrt{4t - 24}}{2}$$

Diese Gleichung hat genau eine Lösung, wenn unter der Wurzel 0 steht, also $4t - 24 = 0$, also $t = 6$.