



7. Klasse Übungsaufgaben	7
Binomische Formeln	03

1. Schreibe ohne Klammern:

- (a) $(3a + 4b)^2$
- (b) $(2x - 12)^2$
- (c) $(x^2 - 5)^2$
- (d) $(x - \frac{1}{3})^2$
- (e) $(x + 8)(x - 8)$
- (f) $(2x + 9)(2x - 9)$
- (g) $(-z + 9)^2$
- (h) $(-a - 2,5)^2$
- (i) $(x + 4)^3$
- (j) $(2x - \frac{1}{2})^3$

2. Vereinfache:

- (a) $(2 + x)^2 - (2 - x)^2$
- (b) $16x^2 - (3a - 4x)^2$
- (c) $(5x - 19)^2 - (x - 3)(3 + x) - (3x + 4)(4x - 5) + (2x + 3)^2 + 179x + 1$
- (d) $4(x + 5)^2 + (4x + 1)^2$

3. Faktorisiere:

- (a) $100x^2 - 225$
- (b) $4x^2 + 4x + 1$
- (c) $x^2 - 7x + 12\frac{1}{4}$
- (d) $48x^3 - 147xy^2$
- (e) $49p^2 - 112pq + 64q^2$
- (f) $24a^2x^2 + 120ax + 150$

4. Ergänze:

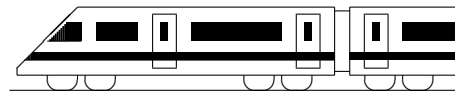
- (a) $\dots + 14x + 49 = (\dots)^2$
- (b) $x^2 - \frac{1}{3}x \dots = (\dots)^2$

5. Interpretiere nebenstehende Skizze als verallgemeinerte binomische Formel $(a + b + c)^2$.
Berechne entsprechend $(2x + a + 12)^2$.

a	b	c
a		
b		
c		

6. Beim Betrachten der Quadratzahlen 1, 4, 9, 16, 25, 36, ... fällt auf, dass die Differenz von jeweils zwei benachbarten Quadratzahlen immer um zwei wächst: $4 - 1 = 3$, dann $9 - 4 = 5$, dann $16 - 9 = 7$, dann $25 - 16 = 9$, dann $36 - 25 = 11$ usw.

Erkläre dies mit Hilfe einer binomischen Formel!

**7. Klasse Lösungen****7****Binomische Formeln****03**

1. (a) $(3a + 4b)^2 = 9a^2 + 24ab + 16b^2$ (e) $(x + 8)(x - 8) = x^2 - 64$
(b) $(2x - 12)^2 = 4x^2 - 48x + 144$ (f) $(2x + 9)(2x - 9) = 4x^2 - 81$
(c) $(x^2 - 5)^2 = x^4 - 10x^2 + 25$ (g) $(-z + 9)^2 = z^2 - 18z + 81$
(d) $(x - \frac{1}{3})^2 = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ (h) $(-a - 2,5)^2 = a^2 + 5a + 6,25$
- (i) $(x + 4)^3 = (x + 4)^2(x + 4) = (x^2 + 8x + 16)(x + 4) =$
 $= x^3 + 4x^2 + 8x^2 + 32x + 16x + 64 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$
(j) $(2x - \frac{1}{2})^3 = (2x - \frac{1}{2})^2(2x - \frac{1}{2}) = (4x^2 - 2x + \frac{1}{4})(2x - \frac{1}{2}) =$
 $= 8x^3 - 2x^2 - 4x^2 + x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8}$
2. (a) $(2 + x)^2 - (2 - x)^2 = 4 + 4x + x^2 - (4 - 4x + x^2) = 4 + 4x + x^2 - 4 + 4x - x^2 = 8x$
(b) $16x^2 - (3a - 4x)^2 = 16x^2 - (9a^2 - 24ax + 16x^2) = -9a^2 + 24ax$
(c) $(5x - 19)^2 - (x - 3)(3 + x) - (3x + 4)(4x - 5) + (2x + 3)^2 + 179x + 1 =$
 $= 25x^2 - 190x + 361 - (x - 3)(x + 3) - (12x^2 - 15x + 16x - 20) +$
 $+ 4x^2 + 12x + 9 + 179x + 1 =$
 $= 25x^2 - 190x + 361 - (x^2 - 9) - 12x^2 + 15x - 16x + 20 + 4x^2 + 12x + 9 + 179x + 1 =$
 $= 16x^2 + 400$ (wobei letzterer Ausdruck übrigens keine binomische Formel ist und nicht weiter umgeformt werden kann)
(d) $4(x + 5)^2 + (4x + 1)^2 = 4(x^2 + 10x + 25) + (16x^2 + 40x + 100) = 20x^2 + 80x + 200$
3. (a) $100x^2 - 225 = (10x + 15)(10x - 15) = 5(2x + 3)5(2x - 3) = 25(2x + 3)(2x - 3)$
oder $100x^2 - 225 = 25(4x^2 - 9) = 25(2x + 3)(2x - 3)$
(b) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$
(c) $x^2 - 7x + 12\frac{1}{4} = x^2 - 7x + \frac{49}{4} = (x - \frac{7}{2})^2$
(d) $48x^3 - 147xy^2 = 3x(16x^2 - 49y^2) = 3x(4x + 7y)(4x - 7y)$
(e) $49p^2 - 112pq + 64q^2 = (7p - 8q)^2$
(f) $24a^2x^2 + 120ax + 150 = 6(4a^2x^2 + 20ax + 25) = 6(2ax + 5)^2$
4. (a) $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$
(b) $x^2 - \frac{1}{3}x + \dots = x^2 - \frac{2}{6}x + \frac{1}{36} = (x - \frac{1}{6})^2$ (Tipp: $\frac{2}{6}$ halbieren und quadrieren!)
5. Liest man die einzelnen Rechtecksflächen von links nach rechts und von oben nach unten und vereinfacht man anschließend, so steht da: $(a + b + c)^2 =$
 $= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$
Ebenso $(2x + a + 12)^2 = (2x)^2 + a^2 + 12^2 + 2 \cdot 2x \cdot a + 2 \cdot 2x \cdot 12 + 2 \cdot a \cdot 12 =$
 $= 4x^2 + a^2 + 144 + 4ax + 48x + 24a$
6. Zwei aufeinander folgende Zahlen kann man als n und $n + 1$ schreiben. Deren Quadrate sind n^2 und $(n + 1)^2$, der Unterschied zweier benachbarter Quadratzahlen ist also $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$. Setzt man für n jeweils die nächstgrößere natürliche Zahl ein, so wird diese Differenz wegen „2 mal n “ immer um zwei größer.