7. Klasse Übungsaufgaben — 7

Symmetrie, symmetrische Vierecke — 04

1. Zeichne drei Halbgeraden r, s und t mit gleichem Anfangspunkt A sowie den Winkeln $\sphericalangle\,(r; s) = 22°$ und $\sphericalangle\,(s; t) = 31°$.

   Zeichne farbig eine vierte Halbgerade vom Punkt A aus so ein, dass die vier Halbgeraden eine achsensymmetrische Figur bilden.

   Wie viele Möglichkeiten gibt es?

2. Punkte, die bei einer Achsenspiegelung auf sich selbst abgebildet werden, heißen Fixpunkte. Wo liegen diese?

   Wie liegen Gerade und Bildgerade bei einer Achsenspiegelung zueinander, wenn die Gerade senkrecht auf der Achse steht?

3. Gegeben sind das Dreieck ABC durch die Punkte $A(5|-1)$, $B(3|5)$ und $C(-1|2)$ sowie der Punkt $Z(1|1)$.

   Spiegle das Dreieck ABC an Z.

   Um welchen Winkel müsste eine Drehung um Z ausgeführt werden, damit A auf B abgebildet wird?

4. Wie kann auf dem Billardtisch mit den Ecken $A(0|0)$, $B(3|0)$, $C(3,5)$, $D(0,5)$ die an der Position $P(1|1)$ liegende Kugel mit Reflexion an der Seite $\overline{BC}$ in die Ecke D geschossen werden?

5. Symmetrische Vierecke

   (a) Welche Eigenschaften hat ein (allgemeines) Parallelogramm, die ein (allgemeines) gleichschenkliges Trapez nicht hat? Welche Eigenschaften haben sie gemeinsam?

   (b) Welche besonderen Vierecke besitzen gleich lange Diagonalen?

   (c) Welche besonderen Vierecke besitzen Diagonalen, die sich halbieren?

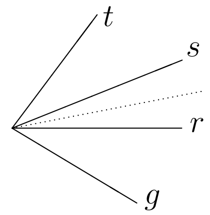
6. Konstruktionen mit Zirkel und Lineal

   (a) Wie kann man bei der Punktspiegelung zu gegebenem Punkt P und Bildpunkt P' das Symmetriezentrum Z (und damit den Mittelpunkt von $\overline{PP'}$) finden?

   (b) Konstruiere mit Spiegelachse EF mit $E(0|-1)$ und $F(1|0)$ ausgehend vom Punkt $A(-4|-1)$ ein gleichschenkliges Trapez $ABCD$ mit $\sphericalangle\, BAD = 45°$ und $\left|\overline{AD}\right| = 1$, indem du A an EF spiegelst ($\to B$), dann in A ein Lot auf $\overline{AB}$ errichtest und diesen $90°$-Winkel halbierst.

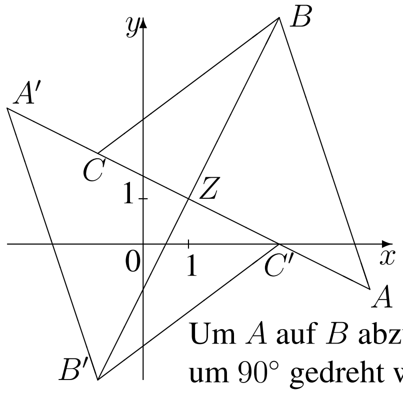
   (Mit der Verbindungslinie $\overline{AA'}$ hat man übrigens auch ein Lot durch A auf EF errichtet).

7. Klasse Lösungen	7
Symmetrie, symmetrische Vierecke	**04**

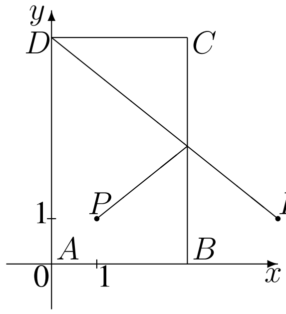
1. 

Setzt man die Gerade g so, dass $\sphericalangle(g,r) = 31°$, so bildet die Winkelhalbierende von r und s die Symmetrieachse.
Es gibt insgesamt drei Möglichkeiten: Auch die Winkelhalbierenden von s und t sowie von r und t können bei entsprechender anderer Lage von g Symmetrieachsen sein.

2. Fixpunkte sind die Punkte der Symmetrieachse selbst.
Geraden, die senkrecht auf der Achse stehen, werden auf sich selbst abgebildet.

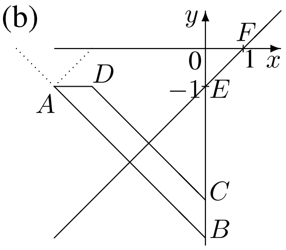
3. 

Um A auf B abzubilden, müsste um $90°$ gedreht werden.

4. 

Spiegle den Punkt P an der Achse $\overline{BC}$.

5. (a) Ein Parallelogramm hat zwei Paare paralleler Seiten ($a||c$ und $b||d$), ein Trapez in der Regel nur ein solches Paar. Ein Parallelogramm ist punktsymmetrisch, ein Trapez in der Regel nicht. Beim Parallelogramm halbieren sich die Diagonalen, beim Trapez in der Regel nicht. Beim Parallelogramm ist $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$, beim gleichschenkligen Trapez $\alpha = \beta$, $\gamma = \delta$.
Gemeinsame Eigenschaften: $a||c$, $b = d$
(b) Gleich lange Diagonalen: gleichschenkliges Trapez, Rechteck und Quadrat.
(c) Sich halbierende Diagonalen: Parallelogramm, Raute, Rechteck und Quadrat.

6. (a) Verbinde P und P'. Zeichne um P und P' sich schneidende Kreise mit gleichem Radius. Verbinde die Kreisschnittpunkte. Der Schnittpunkt dieser Verbindungslinie mit $\overline{PP'}$ ist das Punktspiegelungs-Symmetriezentrum Z.
(Die Verbindungslinie der Kreisschnittpunkte alleine wäre übrigens die Symmetrieachse bei einer Achsenspiegelung).
(b) 

Zur Spiegelung von A an EF schlägt man zwei Kreise mit beliebigen Mittelpunkten auf EF, die beide durch A gehen. Der zweite Schnittpunkt der Kreislinien ist der Spiegelpunkt $A' = B$.
Zur Errichtung des Lots zeichnet man die Gerade AB (also über A hinaus auch nach „links oben“ verlängert), markiert mit Hilfe eines Kreises um A zwei von A gleich weit entfernte Punkte; um diese Punkte schlägt man Kreise mit gleichem Radius; die Verbindungslinie der Kreisschnittpunkte ist der gesuchte $90°$-Winkel.
Zur Halbierung dieses Winkels markiert man wieder mit Hilfe eines Kreises um A zwei von A gleich weit entfernte Punkte auf den Schenkeln des Winkels, schlägt um diese Punkte zwei Kreise mit gleichem Radius und verbindet die Kreisschnittpunkte mit A.
Nun muss man den Punkt D mit $|\overline{AD}| = 1$ einzeichnen und diesen Punkt (wie oben beschrieben) an EF spiegeln, um den Punkt C und damit das gesuchte Trapez zu erhalten.