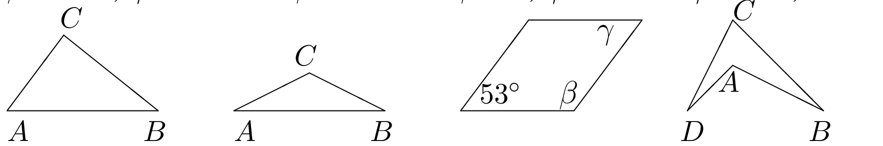
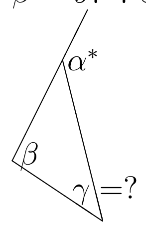
7. Klasse Übungsaufgaben	7
Winkel im Dreieck/an Geradenkreuzungen	05

1. Berechne die fehlenden Winkel:

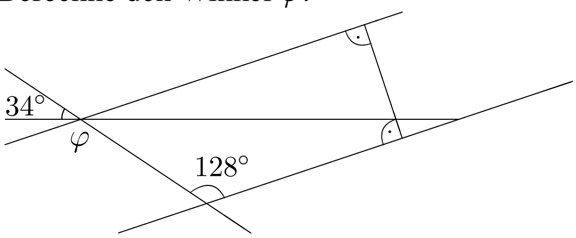
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$\alpha = 53°$	$\gamma = 126°$	Parallelogramm	$\beta = \delta = 18°$	$\alpha^* = 139{,}4°$
$\beta = 39°$, $\gamma = ?$	$\alpha = \beta = ?$	$\beta = ?$, $\gamma = ?$	$\gamma = 72°$, $\alpha = ?$	$\beta = 97°7'30''$



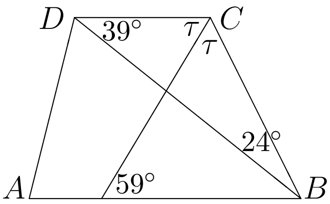


2. Wie groß ist die Winkelsumme in einem Achteck? Begründe!

3. Berechne den Winkel φ!



4. Begründe, ob die Geraden AB und CD in der nebenstehenden Skizze exakt parallel sein können.



5. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $B(3|4)$, $S(-3|1)$ und $T(1|-2)$.

   Errichte in B das Lot l auf SB und zeichne die Parallele zu l durch T, der Schnittpunkt mit SB sei A. Zeichne das Lot auf BT durch S, der Lotfußpunkt sei E, der Schnittpunkt des Lots mit AT sei C, der mit l sei D (Lot hierzu über E hinaus verlängern!).

   Gib Beispiele für gleich große Winkel an , die mit den Punkten A, B, C, D, E, S, T angegebenen werden können (mit Begründung).

   Beweise, dass $\sphericalangle ESA = \sphericalangle ETA$.

   Gib die Koordinaten des Schnittpunktes von SB mit der y-Achse an.

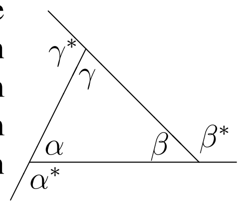
6. Begründungen

   (a) Gegeben ist der Satz: „Sind in einem Viereck gegenüberliegende Winkel je $90°$, so ergänzen sich die anderen beiden Winkel zu $180°$.“

   Fertige eine Zeichnung und begründe den Satz!

   Gilt der Kehrsatz, d. h. „ergänzen sich die gegenüberliegenden Winkel in einem Viereck zu $180°$, so sind die anderen beiden Winkel je $90°$“?

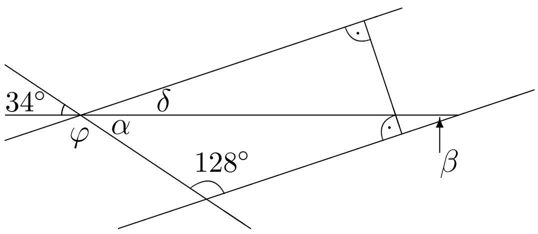
   (b) Verlängert man jede Seite eines Dreiecks, so erhält man die Nebenwinkel der Innenwinkel α, β, γ, die so genannten Außenwinkel α^*, β^*, γ^*. Beschreibe, was dann der Term $(180° - \alpha) + (180° - \beta) + (180° - \gamma)$ darstellt. Dieser Term lässt sich umformen zu $540° - (\alpha + \beta + \gamma)$. Erkläre, was man daraus folgern kann.



7. Klasse Lösungen	7
Winkel im Dreieck/an Geradenkreuzungen	**05**

1. (a) $\gamma = 180° - (53° + 39°) = 88°$
   (b) $\alpha = \beta = (180° - 126°) : 2 = 27°$
   (c) $\beta = 180° - 53° = 127°$, $\gamma = 180° - 127° = 53°$
   (d) $\alpha = 360° - \beta - \gamma - \delta = 360° - (18° + 72° + 18°) = 252°$
   (e) $\alpha = 180° - \alpha^* = 180° - 139{,}4° = 40{,}6° = 40° + 0{,}6 \cdot 60' = 40°36'$ (Nebenwinkel)
   $\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - (97°7'30'' + 40°36') = 180° - 137°43'30'' = 42°16'30''$
   $(= 42°16{,}5' = (42 + \frac{16{,}5}{60})° = (42 + \frac{33}{120})° = (42 + \frac{11}{40})° = (42 + \frac{275}{1000})° = 42{,}275°)$

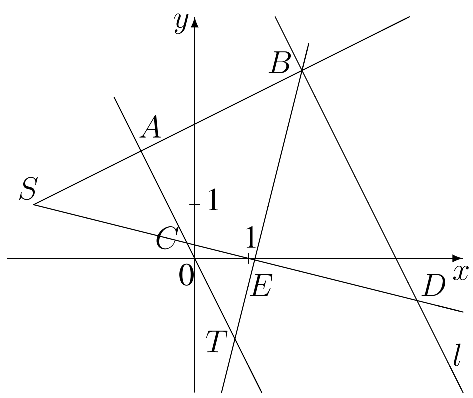
2. $(8 - 2) \cdot 180° = 6 \cdot 180° = 1080°$, denn das 8-Eck kann in 6 Dreiecke zerlegt werden.

3. 

   $\alpha = 34°$ (Scheitelwinkel)
   $\beta = 180° - \alpha - 128° = 18°$ (Dreieck)
   $g \| h$ (wegen gemeinsamem Lot), also
   $\delta = \beta = 18°$ (Z-Winkel)
   $\varphi = 180° - \delta - \alpha = 180° - 18° - 34° =$
   $= 128°$ (Rest auf gestreckten Winkel)

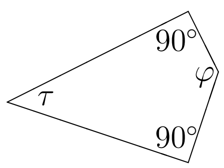
4. Dreieck BCD: $2 \cdot \tau = 180° - 39° - 24° = 117°$, also $\tau = 117° : 2 = 58{,}5°$

   Somit sind der eingezeichnete 59°-Winkel und der Winkel τ (oben) keine gleich großen Z-Winkel, also sind AB und CD nicht parallel.

5. 

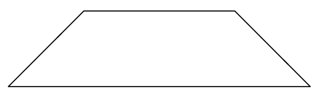
   $\sphericalangle CAS = \sphericalangle DBS = 90°$ (F-Winkel)
   $\sphericalangle BDS = \sphericalangle ACS = \sphericalangle TCD$
   (F- bzw. Z- bzw. Scheitel-Winkel)
   $\sphericalangle DCA = \sphericalangle SCT$ (Scheitelwinkel)
   $\sphericalangle BTA = \sphericalangle TBD$ (Z-Winkel)
   Ferner sind diese Winkel gleich $\sphericalangle CSA$, denn die Dreiecke SCA und CTE haben rechte Winkel (bei A bzw. E) sowie gleiche Winkel bei C (Scheitelwinkel), so dass auch der dritte Winkel (bei S bzw. T) wegen der Winkelsumme im Dreieck gleich sein muss.

   Der Schnittpunkt von SB mit der y-Achse hat die Koordinaten $(0|2{,}5)$.

6. (a) 

   Wegen der Winkelsumme im Viereck ist
   $\varphi = 360° - 90° - 90° - \tau = 180° - \tau$.
   φ und τ ergänzen sich also zu 180°.

   Dieser Kehrsatz stimmt nicht. Es könnte z. B. $\alpha = \beta = 45°$ und $\gamma = \delta = 135°$ sein, so dass sich α und γ zu 180° ergänzen, ohne dass β und δ je 90° sind.

   (b) Der Term stellt die Summe der Außenwinkel dar. Da wegen der Innenwinkelsumme im Dreieck $\alpha + \beta + \gamma = 180°$, ist die Summe der Außenwinkel gleich $540° - 180° = 360°$.