7. Klasse Übungsaufgaben	7
Kongruenz, Konstruktionen, Transversalen	**09**

1. Ist ein Dreieck, in dem die Höhe h_a die gegenüberliegende Seite halbiert, immer gleichschenkig? Begründe mit einem Kongruenzsatz!

2. Begründe, ob die folgenden Angaben ein Dreieck eindeutig bestimmen.

   (a) $a = 7, b = 3, c = 11$

   (b) $b = 3, c = 8, \gamma = 90°$.

3. Konstruiere ein Dreieck mit $a = 7, b = 2\frac{1}{4}, \gamma = 117°$

   Konstruiere ferner den Schnittpunkt der drei Höhen h_a, h_b und h_c.

4. Konstruiere alle Vierecke mit $a = \left|\overline{AB}\right| = 6$, $b = \left|\overline{BC}\right| = 5$, $c = \left|\overline{CD}\right| = 4$, $\alpha = 76°$, $\beta = 79°$.

5. (a) Gegeben sind drei Punkte A, B, C, die nicht auf einer Geraden liegen. Wie bestimmt man den Mittelpunkt eines Kreises, auf dem diese drei Punkte liegen?

   (b) Warum verwendet man die Mittelsenkrechten (und nicht die Winkelhalbierenden) zur Konstruktion des Umkreismittelpunkts?

6. Konstruiere jeweils ein Dreieck mit folgenden Daten:

   (a) $b = 3, \alpha = 70°$, Umkreisradius $R = 3$

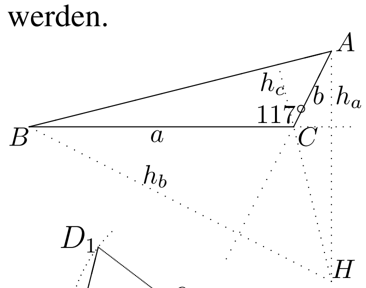
   (b) $\gamma = 62°$, Seitenhalbierende s_b senkrecht zur Winkelhalbierenden w_γ, $s_b = 2$
   (Anleitung: Zeichne eine Planfigur; die Seitenhalbierende treffe b im Punkt M, der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden und der Seitenhalbierenden sei F. Überlege, warum $\Delta MFC \cong \Delta CFB$; was folgt daraus für die Lage des Punktes F?)

7. Klasse Lösungen	7
Kongruenz, Konstruktionen, Transversalen	**09**

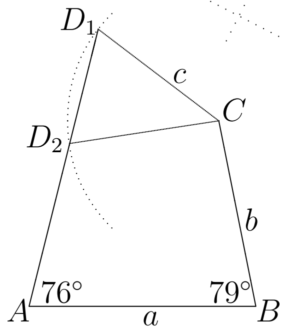
1. Durch die Höhe wird das Dreieck zerlegt in zwei Teildreiecke, die im rechten Winkel sowie in der Länge der daran anliegenden Seiten (der Höhe und den halbierten Seitenstücken) übereinstimmen. Gemäß SWS sind die Dreiecke kongruent und daher $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ gleich lang.

2. (a) Wegen $a + b < c$ ist es nicht möglich, ein solches Dreieck zu konstruieren.
   (b) Da der rechte Winkel gegenüber der größeren der beiden Seiten (nämlich c) liegt, kann gemäß SsW das Dreieck eindeutig konstruiert werden.

3. Gemäß SWS ist das Dreieck eindeutig konstruierbar. a und b sind die beiden Schenkel des Winkels γ.

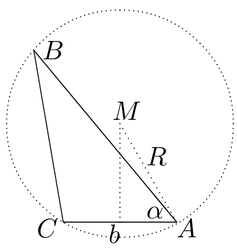


4. Konstruktionsbeschreibung:
   - a legt A und B fest
   - Trage β an und b auf dem zweiten Schenkel von β; dadurch ergibt sich C
   - Trage α an
   - D liegt auf $k(C; 4)$ und dem freien Schenkel von α; zwei Lösungen D_1 und D_2

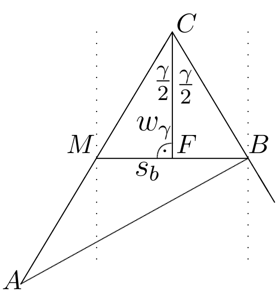


5. (a) Zeichne die Mittelsenkrechten von je zwei Punkten. Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist der gesuchte Kreismittelpunkt (Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC).
   (b) Die Mittelsenkrechte zu zwei Punkten A und B sind alle Punkte, die gleichen Abstand zu A und B haben. Der Schnittpunkt von zwei Mittelsenkrechten hat dann zu allen drei Punkten den gleichen Abstand. (Die dritte Mittelsenkrechte führt dann auch durch diesen Punkt).
   (Die Punkte der Winkelhalbierenden würden gleichen Abstand zu den beiden Seiten haben).

6. (a) Durch b sind C und A festgelegt. Der Umkreismittelpunkt M liegt auf $k(A; 3)$ und der Mittelsenkrechten von $\overline{CA}$. (Man kann auch mit dem Umkreis beginnen und b in den Umkreis hineinzeichnen). Trage α an. B liegt auf dem Umkreis $k(M; 3)$ und dem freien Schenkel von α.



   (b)



$\Delta MFC \cong \Delta CFB$ nach WSW, da $\frac{\gamma}{2}$, $\left|\overline{CF}\right|$ und 90° gemeinsam. Daher ist $\left|\overline{MF}\right| = \left|\overline{FB}\right| = \frac{s_b}{2} = 1$. Konstruktion somit: Beginne mit γ und Winkelhalbierender w_γ. Zeichne Parallelen im Abstand 1 zu w_γ, die Schnittpunkte mit den Schenkeln von γ sind B und M. Da s_b Seitenhalbierende, ist M Mittelpunkt von $\overline{AC}$ und damit A gefunden.