

<b>9. Klasse Übungsaufgaben</b>	<b>9</b>
<b>Wurzeln</b>	<b>01</b>

1. Gib den Definitionsbereich an!

(a)  $\sqrt{x - 36}$

(b)  $\sqrt{36 + x^2}$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{x + 36}}$

(d)  $\sqrt{x^2 - 36}$

2. Vereinfache:

(a)  $\sqrt{500} + 3\sqrt{98} - 5\sqrt{8} - 3\sqrt{45}$

(b)  $\sqrt{64k^2}$

(c)  $\left( \sqrt{\frac{x^5y}{5a}} : \sqrt{\frac{x^3y^3}{a^2}} \right) \cdot \sqrt{\frac{25x}{a}} \quad (x, y, z > 0)$

(d)  $(\sqrt[6]{8} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4$

(e)  $\sqrt{x^{\frac{1}{6}}x^{-\frac{1}{2}}} \quad (x > 0)$

3. Mache den Nenner rational:

(a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(b)  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{125}}{\sqrt{5}}$

4. Beim Lösen quadratischer Gleichungen erhält man z. B. Ausdrücke der folgenden Art. Vereinfache diese:

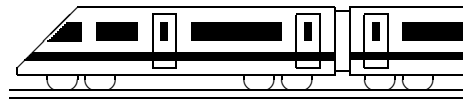
(a)  $x_{1/2} = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 8}}{2}$

(b)  $x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot \sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7}}}{2\sqrt{7}}$

5. Zeige, dass die Funktionsterme  $f(x)$  und  $g(x)$  beim Einsetzen des angegebenen Wertes  $x$  jeweils den gleichen Wert haben.

$$f(x) = 2x^2 - 6x - \frac{3}{2}, \quad g(x) = x^2 + x, \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{55}}{2}$$

6. Zahlen wie  $\sqrt{2}$  sind keine Brüche (also nicht in der Zahlenmenge  $\mathbb{Q}$ ); sie sind in der Menge  $\mathbb{R}$  der reellen Zahlen enthalten. So ist  $\sqrt{2}$  auch nur ungefähr gleich 1,41. Finde mit dem Taschenrechner ohne Benutzung der  $\sqrt{\quad}$ -Taste die dritte der unendlich vielen Dezimalen von  $\sqrt{2}$ .

**9. Klasse Lösungen****9****Wurzeln****01**

1. (a)  $x - 36 \geq 0: x \geq 36; D = [36; \infty[.$   
 (b)  $36 + x^2$  ist wegen des Quadrats stets  $> 0$ , also  $D = \mathbb{R}.$   
 (c)  $x + 36 > 0: x > -36; D = ] - 36; \infty[.$   
 (d)  $x^2 - 36 \geq 0$ , d. h.  $x \geq 6$  oder  $x \leq -6; D = ] - \infty; -6] \cup [6; \infty[$
2. (a)  $\sqrt{5 \cdot 100} + 3\sqrt{2 \cdot 49} - 5\sqrt{4 \cdot 2} - 3\sqrt{9 \cdot 5} = 10\sqrt{5} + 21\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 9\sqrt{5} = \sqrt{5} + 11\sqrt{2}$   
 (b)  $\sqrt{64k^2} = 8|k|$   
 (c)  $\left(\frac{\sqrt{x^5y}}{\sqrt{5a}} : \frac{\sqrt{x^3y^3}}{\sqrt{a^2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{25x}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{x^5y \cdot a^2 \sqrt{25x}}}{\sqrt{5a \cdot x^3y^3 \sqrt{a}}} = \sqrt{\frac{x^5ya^2 \cdot 25x}{5ax^3y^3a}} = \sqrt{\frac{5x^3}{y^2}} = \frac{x}{y} \sqrt{5x}$   
 (d)  $(\sqrt[6]{8} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{1}{6}} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{2}{3}})^4 = 8^{\frac{8}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^8 = (\sqrt[3]{8})^8 = 2^8 = 256$   
 (e)  $\sqrt{x^{\frac{1}{6}}x^{-\frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{-\frac{1}{3}}} = (x^{-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$
3. (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (b)  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{125}) \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{625}}{5} = \frac{\sqrt{10} - 25}{5} = \frac{\sqrt{10}}{5} - 5$
4. (a)  $\frac{-14 \pm \sqrt{196 - 32}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{164}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{4 \cdot 41}}{2} = \frac{-14 \pm 2\sqrt{41}}{2} = -7 \pm \sqrt{41}$   
 (b)  $x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 8 \cdot 7}}{2\sqrt{7}} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2\sqrt{7}} = \frac{-5 \pm 9}{2\sqrt{7}}$   
 $x_1 = \frac{-5-9}{2\sqrt{7}} = \frac{-14}{2\sqrt{7}} = \frac{-14\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{-14\sqrt{7}}{2 \cdot 7} = -\sqrt{7}$   
 $x_2 = \frac{-5+9}{2\sqrt{7}} = \frac{4}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$
5. Bei  $\pm$  oder  $\mp$  gehören jeweils die oberen Vorzeichen bzw. nur die unteren Vorzeichen zusammen. Bei Unsicherheiten schreibe man zuerst die Ausdrücke nur mit den oberen Vorzeichen.  

$$f(x) = 2 \left(\frac{7 \pm \sqrt{55}}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{7 \pm \sqrt{55}}{2} - \frac{3}{2} = 2 \cdot \frac{49 \pm 14\sqrt{55} + 55}{4} - \frac{42 \pm 6\sqrt{55}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{49 \pm 14\sqrt{55} + 55 - 42 \mp 6\sqrt{55} - 3}{2} = \frac{59 \pm 8\sqrt{55}}{2}$$
  

$$g(x) = \left(\frac{7 \pm \sqrt{55}}{2}\right)^2 + \frac{7 \pm \sqrt{55}}{2} = \frac{49 \pm 14\sqrt{55} + 55}{4} + \frac{14 \pm 2\sqrt{55}}{4} = \frac{59 \pm 8\sqrt{55}}{2}$$
6. Intervallschachtelung: Wegen  $1,41^2 = 1,9881$  und  $1,42^2 = 2,0164$  liegt  $\sqrt{2}$  zwischen 1,41 und 1,42. Probieren mit  $1,415^2 = 2,002225$ ,  $1,413^2 = 1,996569$  und  $1,414^2 = 1,999396$  zeigt, dass  $\sqrt{2}$  zwischen 1,414 und 1,415 liegt, also  $\sqrt{2} = 1,414 \dots$