**9. Klasse Übungsaufgaben****9****Binomische Formeln, Faktorisieren****02**

Hinweis: Weitere Übungen siehe ueb74.pdf (Aufgaben 1nor, 2, 5), ueb710.pdf.

1. Löse die Klammern auf:

(a) $(x - \frac{1}{2})^2$

(b) $(2m + n)^2$

(c) $(mn - p)(p + mn)$

(d) $(-r - s)^2$

(e) $(x - 1\frac{1}{3})^2 + (x + 1\frac{1}{3})^2 - (x + \frac{7}{3})(x - \frac{7}{3})$

2. Faktorisiere:

(a) $ax^2 + bx - x$

(b) $x^2 - 30x + 225$

(c) $9x^2 - 121$

(d) $m^2x^2 + 40mx + 400$

(e) $81x^4 - 1$

(f) $11x^3 - 44x$

(g) $\frac{1}{5}x^2 + 12x + 180$

(h) $3k^2 - 3k + \frac{3}{4}$

(i) $3x^2 + 39x + 507$

(j) $-x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{16}$

3. Bestimme den Definitionsbereich: $f(x) = \sqrt{x^2 - 12x + 36}$

4. Vermeide häufige Fehler:

(a) „ $(a + b)^3 = a^3 + b^3$.“ FALSCH! Verbessere!

(b) „Wenn ich a^5 von a^7 wegnehme, bleibt a^2 , also $\frac{a^7 - a^5}{a^3 - a^2} = \frac{a^2}{a} = a$.“ FALSCH!
Verbessere!

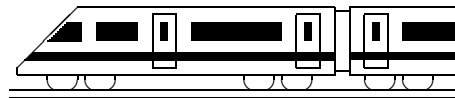
5. Ergänze:

(a) $x^2 - 10x + \dots = (\dots)^2$

(b) $\frac{1}{100}x^2 + x + \dots = (\dots)^2$

6. Zum Faktorisieren bei vier Termen geht manchmal der „Zwei-zwei-Trick“: Hierzu muss man aus je zwei Gliedern einen gemeinsamen Faktor ausklammern und anschließend nochmals einen ganzen gemeinsamen Klammerausdruck ausklammern, z. B. $4x + 2y - 6x^2 - 3xy = 2(2x + y) - 3x(2x + y) = (2 - 3x)(2x + y)$

Verwende diesen Trick, um $ax - 7bx + 4ay - 28by$ zu faktorisieren.

**9. Klasse Lösungen****9****Binomische Formeln, Faktorisieren****02**

1. (a) $(x - \frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$ (b) $(2m + n)^2 = 4m^2 + 4mn + n^2$
(c) $(mn - p)(p + mn) = (mn - p)(mn + p) = m^2n^2 - p^2$
(d) $(-r - s)^2 = (-r)^2 + 2(-r)(-s) + (-s)^2 = r^2 + 2rs + s^2$
(e) $(x - 1\frac{1}{3})^2 + (x + 1\frac{1}{3})^2 - (x + \frac{7}{3})(x - \frac{7}{3}) = (x - \frac{4}{3})^2 + (x + \frac{4}{3})^2 - (x + \frac{7}{3})(x - \frac{7}{3}) =$
 $= x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} + x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} - (x^2 - \frac{49}{9}) = 2x^2 + \frac{32}{9} - x^2 + \frac{49}{9} = x^2 + \frac{81}{9} =$
 $= x^2 + 9$ (Weitere Vereinfachung ist nicht möglich/keine binomische Formel!)
2. (a) $ax^2 + bx - x = x(ax + b - 1)$
(b) $x^2 - 30x + 225 = (x - 15)^2$
(c) $9x^2 - 121 = (3x + 11)(3x - 11)$
(d) $m^2x^2 + 40mx + 400 = (mx + 20)^2$
(e) $81x^4 - 1 = (9x^2 + 1)(9x^2 - 1) = (9x^2 + 1)(3x + 1)(3x - 1)$
(f) $11x^3 - 44x = 11x(x^2 - 4) = 11x(x + 2)(x - 2)$
(g) $\frac{1}{5}x^2 + 12x + 180 = \frac{1}{5}(x^2 + 60x + 900) = \frac{1}{5}(x + 30)^2$
(h) $3k^2 - 3k + \frac{3}{4} = 3(k^2 - k + \frac{1}{4}) = 3(k - \frac{1}{2})^2$
(i) $3x^2 + 39x + 507 = 3(x^2 + 13x + 169)$
(Weitere Vereinfachung ist nicht möglich, da das gemischte Glied nicht zur binomischen Formel $(x + 13)^2 = x^2 + 26x + 169$ passt.)
(j) $-x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{16} = -(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}) = -(x - \frac{1}{4})^2$
3. Der Term unter der Wurzel muss ≥ 0 sein: $x^2 - 12x + 36 \geq 0$, also $(x - 6)^2 \geq 0$.
Da Quadrate nie negativ sind, ist dies stets der Fall. Also sind alle x -Werte erlaubt:
 $D = \mathbb{R}$.
4. (a) Summen/Differenzen (z. B. $(a + b)^3$) nicht einzeln potenzieren!
Sondern: Ausmultiplizieren (binomische Formeln):
 $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) =$
 $= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
(b) Summen/Differenzen (z. B. $a^7 - a^5$) können nicht zusammengefasst werden.
Sondern: Gemeinsame Faktoren ausklammern, eventuell binomische Formeln suchen, sonst stehen lassen:
 $\frac{a^7 - a^5}{a^3 - a^2} = \frac{a^5(a^2 - 1)}{a^2(a - 1)} = \frac{a^5(a + 1)(a - 1)}{a^2(a - 1)} = a^3(a + 1)$
5. (a) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
(b) $\frac{1}{100}x^2 + x + 25 = (\frac{1}{10}x + 5)^2$
(Lösungsweg: 1. Schritt: Schreibe $\frac{1}{100}x^2 + x + \dots = (\frac{1}{10}x + ?)^2$.
2. Schritt: Überlege das gemischte Glied: $2 \cdot \frac{1}{10}x \cdot ? = x$, also $\frac{2}{10} \cdot ? = 1$, also $? = 5$.
3. Schritt: Binomische Formel für $(\frac{1}{10}x + 5)^2$ ausrechnen.)
6. $ax - 7bx + 4ay - 28by = x(a - 7b) + 4y(a - 7b) = (x + 4y)(a - 7b)$