



9. Klasse Übungsaufgaben	9
Quadratische Gleichungen	04

1. Löse folgende quadratische Gleichungen:

(a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(f) $3x^2 - 11,7x + 4,2 = 0$

(b) $x^2 - 6x = 27$

(g) $60x^2 + 57x = 18$

(c) $x^2 - x + 0,3 = 0$

(h) $-x^2 + 66x - 1089 = 0$

(d) $x^2 + 4x = 7$

(i) $-0,5x^2 + 7 = 2x$

(e) $x^2 + 12x + 36 = 0$

(j) $2x^2 - kx - k^2 = 0$

2. Bestimme nur die Zahl der Lösungen:

(a) $8(x - 7)(x - 1) = 15$

(b) $-(x - 7)(x - 1) = 15$

(c) $(x - 7)^2 - (x - 1)^2 = 15$

(d) $3(x - 10)^2 + 90^2 = (x - 23)(x - 137) + 3999$

3. Bei welcher der folgenden Gleichungen sollte man ausmultiplizieren, bei welcher nicht?

(a) $(x - 7)(x - 17) = 200$

(b) $(x - 7)(x - 17) = 0$

(c) $(x - 1)^2 = -4x$

(d) $(x - 1)^2 = -4$

4. Finde zwei Zahlen, deren Summe 10 ist und deren Produkt 11 ist.

5. Welcher Fehler wurde hier gemacht?

$$x^2 = 49x \quad | : x$$

$$x = 49$$

FALSCH!

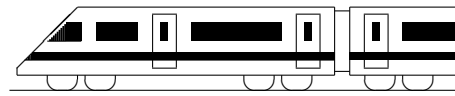
6. Schreibe $3x^2 + 30x + 72$ als Produkt!

Hinweise:

Gelingt es, eine in Normalform gegebene quadratische Gleichung $x^2 + bx + c = 0$ auf die Form $(x - r)(x - s) = 0$ zu bringen, so sind $x_1 = r$ und $x_2 = s$ die Lösungen der Gleichung (denn ein Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist).

Umgekehrt kann man damit **Faktorisieren**: Hat man für die quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ z. B. mit der Formel die Lösungen $x_1 = r$ und $x_2 = s$ gefunden, so ist $ax^2 + bx + c = a(x - r)(x - s)$ („x minus Lösung“).

Beispiel: $5x^2 + 25x - 120 = 0$ liefert $x_1 = 3, x_2 = -8$; damit kann man schreiben $5x^2 + 25x - 120 = 5(x - 3)(x - (-8)) = 5(x - 3)(x + 8)$.

**9. Klasse Lösungen****9****Quadratische Gleichungen****04**

1. (a) $x_{1/2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 6} = 2,5 \pm 0,5; x_1 = 2, x_2 = 3$
(b) $x^2 - 6x - 27 = 0; x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{9 + 27} = 3 \pm 6; x_1 = -3, x_2 = 9$
(c) $x_{1/2} = 0,5 \pm \sqrt{0,25 - 0,3} = 0,5 \pm \sqrt{-0,05};$ keine Lösung
(d) $x_{1/2} = -2 \pm \sqrt{4 + 7} = -2 \pm \sqrt{11}$
(e) $x_{1/2} = -6 \pm \sqrt{36 - 36} = -6$ (eine doppelte Lösung)
(f) $x_{1/2} = \frac{11,7 \pm \sqrt{11,7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4,2}}{2 \cdot 3} = \frac{11,7 \pm 9,3}{6}; x_1 = 0,4, x_2 = 3,5$
(g) $60x^2 + 57x - 18 = 0; x_{1/2} = \frac{-57 \pm \sqrt{57^2 + 4 \cdot 60 \cdot 18}}{2 \cdot 60} = \frac{-57 \pm 87}{120}; x_1 = -1,2; x_2 = 0,25$
(h) $x_{1/2} = \frac{-66 \pm \sqrt{66^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1089)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-66 \pm 0}{-2} = 33$ (eine doppelte Lösung).
(i) $-0,5x^2 - 2x + 7 = 0; x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-0,5) \cdot 7}}{2 \cdot (-0,5)} = \frac{2 \pm \sqrt{18}}{-1} = -2 \mp 3\sqrt{2}$
(j) $x_{1/2} = \frac{+k \pm \sqrt{(-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k^2)}}{2 \cdot 2} = \frac{k \pm \sqrt{9k^2}}{4} = \frac{k \pm 3k}{4}; x_1 = k, x_2 = -\frac{k}{2}$
2. (a) $8(x^2 - x - 7x + 7) = 15; 8x^2 - 64x + 41 = 0;$
 $D = (-64)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 41 = 2784 > 0;$ also 2 Lösungen
(b) $-(x^2 - x - 7x + 7) = 15; -x^2 + 8x - 22 = 0;$
 $D = 8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-22) = -24 < 0;$ also keine Lösung
(c) $x^2 - 14x + 49 - (x^2 - 2x + 1) = 15; -12x + 33 = 0;$
lineare Gleichung mit 1 Lösung (nämlich $\frac{33}{12} = \frac{11}{4}$)
(d) $3(x^2 - 20x + 100) + 8100 = x^2 - 137x - 23x + 3151 + 3999; 2x^2 + 100x + 1250 = 0;$
 $D = 100^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1250 = 0;$ also 1 doppelte Lösung
3. Bei (a) und (c) muss ausmultipliziert werden. Bei (a) ergibt sich dann $x_{1/2} = 12 \pm 15,$
bei (c) $x_{1/2} = -1.$
Bei (b) sollte man nicht ausmultiplizieren; denn ein Produkt ist 0, wenn einer der
Faktoren 0 ist, also wenn $x - 7 = 0$ oder $x - 17 = 0;$ Lösungen somit $x_1 = 7, x_2 = 17.$
Bei (d) sieht man sofort, dass die Gleichung keine Lösung hat, da ein Quadrat stets
 ≥ 0 ist.
4. Die Zahlen seien x und $y.$ Das Gleichungssystem $x + y = 10, x \cdot y = 11$ löst man,
indem man die erste Gleichung nach y auflöst ($y = 10 - x$) und in die zweite einsetzt:
 $x(10 - x) = 11; 10x - x^2 = 11; x^2 - 10x + 11 = 0; x_{1/2} = 5 \pm \sqrt{25 - 11} = 5 \pm \sqrt{14}.$
Ist $x = 5 + \sqrt{14},$ so ist $y = 10 - x = 5 - \sqrt{14},$ und umgekehrt.
5. Richtiger Weg: Alles auf eine Seite bringen, x ausklammern:
 $x^2 - 49x = 0; x(x - 49) = 0; x_1 = 0, x_2 = 49.$
Im gegebenen falschen Rechenweg fehlte also die erste Lösung $x_1 = 0.$
Ursache: Man dividiere nie durch einen Ausdruck mit der Lösungsvariablen. Denn da man den Wert
von x noch nicht kennt, könnte es sein, dass man verbotenerweise durch 0 dividiert.
6. $3x^2 + 30x + 72 = 0$ hat die Lösungen $x_{1/2} = \frac{-30 \pm \sqrt{900 - 4 \cdot 3 \cdot 72}}{2 \cdot 3} = \frac{-30 \pm 6}{6}; x_1 = -4,$
 $x_2 = -6.$ Also $3x^2 + 30x + 72 = 3(x + 4)(x + 6).$